Mechanika nieba 2006/2007
Pytania egzaminacyjne (część II)

1. Rozwiązania homograficzne zagadnienia 3 ciał i ich realizacja w przyrodzie.
2. Wytłumacz znaczenie i pochodzenie poszczególnych wyrazów funkcji Hamiltona
$$\mathcal{H} = \tfrac{1}{2}\left(X^2 + Y^2 + Z^2\right) + \omega\,(yX - xY) - \frac{\mu_1}{r_1} - \frac{\mu_2}{r_2}. \qquad (1)$$
i wyprowadź z niej całkę Jacobiego. Jakie inne całki posiada ograniczone kołowe zagadnienie trzech ciał ?
3. Kryterium Tisseranda – pochodzenie, zastosowania i ograniczenia.
4. Jaki jest związek między punktami Lagrange'a a powierzchniami zerowej prędkości w ograniczonym kołowym zagadnieniu trzech ciał ?
5. Z funkcji Hamiltona (1) wyprowadź warunki na położenie punktów Lagrange'a.
6. Pojęcia stabilności spektralnej i liniowej położenia równowagi. Podaj przykład rozbieżności między tymi typami stabilności.
7. Zbadaj stabilność punktów Lagrange'a w ograniczonym kołowym zagadnieniu trzech ciał względem kierunku osi Oz. Podaj wyniki (tylko !) pełnego badania stabilności liniowej dla wszystkich pięciu punktów.
8. Aproksymacja Taylora, Lagrange'a i Hermite'a.
9. Metoda Eulera i jej bilans błędów. Czy można ją stosować w rachunkach o wysokiej dokładności ?
10. Tablica Butchera jako reprezentacja metod Rungego–Kutty.
11. Co to są metody symetryczne ? Na co należy uważać szacując błąd lokalny i globalny takich metod ?
12. Sposoby szacowania błędu lokalnego i globalnego integratorów.
13. Co to jest transformacja bliska identyczności (TBI) i na czym polega złożenie skośne ? Uzasadnij, że równanie Keplera definiuje TBI.

14. Posługując się wzorem

$$\sin E = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\,e}\, J_k(ke)\ \sin kM, \tag{2}$$

znajdź rozwinięcie funkcji

$$\frac{a}{r} = (1 - e\,\cos E)^{-1}$$

w szereg trygonometryczny względem anomalii średniej. Jaka jest wartość średnia tej funkcji ?

15. Omów schematycznie procedurę rachunku zaburzeń dla równań algebraicznych $f(y;\varepsilon) = 0$. Kiedy procedura ta wymaga modyfikacji ?

16. Na podstawie równań Gaussa

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{2\,v}{n^2\,a}\, S, & (3)\\ \dot{e} &= \frac{1}{v}\left[S\,\frac{2\,p}{r}\cos E + N\,\sqrt{1-e^2}\,\sin E\right], & (4) \end{aligned}$$

opisz ewolucję zmiennych średnich a^*, e^* w zagadnieniu zaburzonym styczną siłą tarcia

$$\mathbf{P} = -\varepsilon \mathbf{v}.$$

17. Wyjaśnij, czemu w zagadnieniu dwóch ciał, zaburzonym niezależną od czasu siłą potencjalną, średnia półoś wielka jest stała. Jakie wnioski wyprowadził z tego Laplace dla Układu Słonecznego ?