

Równanie czasu – Analemma

1 Definicje

1.1 Czas gwiazdowy

Miarą czasu gwiazdowego jest kąt godzinny punktu Barana.

$$S = t_{\gamma} \quad (1)$$

Mamy dwa rodzaje czasu gwiazdowego:

- czas gwiazdowy średni – w położeniu punktu Barana uwzględniono precesję
- czas gwiazdowy prawdziwy – w położeniu punktu Barana uwzględniono i precesję i nutację.

1.2 Czas słoneczny

Miarą czasu słonecznego jest kąt godzinny Słońca plus 12^h . Podobnie, jak w przypadku czasu gwiazdowego wyróżniamy:

- czas słoneczny prawdziwy definiowany jako

$$T_{\odot} = t_{\odot} + 12^h \quad (2)$$

gdzie $t_{\odot}$ jest kątem godzinnym Słońca prawdziwego.

- czas słoneczny średni definiowany jako

$$T_{\odot}^- = t_{\odot}^- + 12^h \quad (3)$$

gdzie $t_{\odot}^-$ jest kątem godzinnym Słońca średniego.

2 Równanie czasu

Równanie czasu podaje nam różnicę pomiędzy czasem słonecznym prawdziwym i średnim. Z definicji (2) i (3) mamy:

$$T_{\odot} - T_{\odot}^- = t_{\odot} - t_{\odot}^- \quad (4)$$

Z drugiej strony wiadomo, że kąt godzinny punktu Barana (a tym samym czas gwiazdowy) jest równy sumie rektascensji i kąta godzinnego dowolnego obiektu na niebie. Można więc zarówno dla Słońca prawdziwego jak i średniego napisać równość:

$$\begin{aligned} S = t_{\odot} + \alpha_{\odot} &= t_{\odot}^- + \alpha_{\odot}^- \\ \Downarrow \\ t_{\odot} - t_{\odot}^- &= \alpha_{\odot}^- - \alpha_{\odot} \end{aligned}$$

I ostatecznie:

$$T_{\odot} - T_{\odot} = \alpha_{\odot} - \alpha_{\odot} \quad (5)$$

Zatem, różnicę między czasem słonecznym prawdziwym a czasem słonecznym średnim można wyliczyć odejmując od rektascensji Słońca średniego rektascensję Słońca prawdziwego.

Równanie (5) nosi nazwę równania czasu. Rektascensję Słońca średniego łatwo jest obliczyć, gdyż z definicji porusza się ono ruchem jednostajnym po równiku. Rektascensję Słońca prawdziwego wylicza się z dużo bardziej skomplikowanych teorii ruchu orbitalnego Ziemi.

Wyliczając z teorii rektascensję Słońca średniego i prawdziwego możemy równanie czasu (5), które oznaczać będziemy w dalszym ciągu symbolem $\Delta T_{\odot}$, przybliżyć wzorem:

$$\Delta T_{\odot} = -1^{\circ}915 \sin M_{\odot}(t) - 0^{\circ}020 \sin 2 M_{\odot}(t) + 2^{\circ}466 \sin 2 \lambda_{\odot}(t) - 0^{\circ}053 \sin 4 \lambda_{\odot}(t) \quad (6)$$

przy czym:

$$M_{\odot} = 357^{\circ}528 + \frac{35999^{\circ}050}{36525[\text{day}]} t \quad \text{jest anomalią średnią Słońca}$$

$$L_{\odot} = 280^{\circ}460 + \frac{36000^{\circ}770}{36525[\text{day}]} t \quad \text{jest średnią długością Słońca}$$

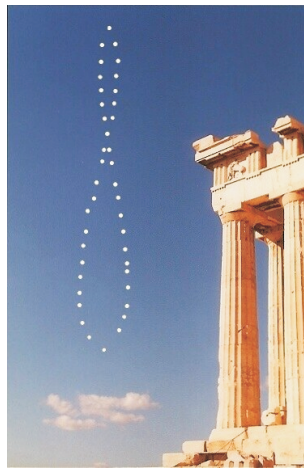
$$(L = M + \Omega + \omega)$$

$$\lambda_{\odot} = L_{\odot}(t) + 1^{\circ}915 \sin M_{\odot}(t) + 0^{\circ}020 \sin 2 M_{\odot}(t) \quad \text{jest długością ekliptyczną Słońca}$$

oraz $t = JD - 2451545.0$ jest czasem, który upłynął od epoki JD_{2000} do dnia juliańskiego JD danej daty i godziny.

3 Analemma

Analemma jest krzywą przedstawiającą położenie na niebie Słońca prawdziwego względem Słońca średniego dla kolejnych dni roku. Analemmę przedstawia zdjęcie 1 złożone z kolejnych fotografii Słońca wyko-



Rysunek 1: Analemma - kolejne zdjęcia Słońca wykonane przez Greka Anthony Ayiomamitisa na tle Panteonu w 2010 roku o godzinie 12 średniego lokalnego czasu słonecznego.

nanych przez Greka Anthony Ayiomamitisa na tle Panteonu w 2010 roku o godzinie 12 średniego lokalnego

czasu słonecznego. Słońce średnie nie może być sfotografowane, ale łatwo się domyśleć, że jego położenie w ciągu roku przemieszcza się wzdłuż osi symetrii widocznej na niebie ósemki.

Matematycznie mówiąc, analemma jest wykresem zależności równania czasu $\Delta T_{\odot}$ od deklinacji Słońca $\delta_{\odot}$. Gdyby orbita Ziemi była kołem ($e = 0$) i leżałaby w płaszczyźnie równika ($\varepsilon = 0^\circ$) wówczas czas słoneczny prawdziwy równałby się czasowi słonecznemu średniemu.

3.1 Analemma dla innych planet

Ponieważ równanie czasu zależy od elementów orbitalnych danej planety, wygodnie jest wzór (6) uzależnić w sposób widoczny od tych wielkości.

Zmodyfikowane w ten sposób równanie czasu ma postać następującą:

$$\Delta T_{\odot} = -\lambda_{\odot}(t) + M_{\odot}(t) + \pi_p + 180^\circ + \frac{\varepsilon_p^2}{4} \sin 2 \lambda_{\odot}(t) \quad (7)$$

przy czym anomalia średnia i długość ekliptyczna Słońca wyznaczone są teraz z następujących wzorów:

$$\begin{aligned} M_{\odot} &= M_0 + M_1 t \\ \lambda_{\odot} &= M_{\odot}(t) + \left(2e - \frac{1}{4}e^3\right) \sin M_{\odot}(t) + \frac{5}{4}e^2 \sin 2 M_{\odot}(t) + \\ &\quad \frac{13}{12}e^3 \sin 3 M_{\odot}(t) + \pi_p + 180^\circ \end{aligned}$$

gdzie π_p jest argumentem pericentrum danej planety (odniesionym do ekliptyki i punktu Barana), a pozostałe dane dla kolejnych planet zgromadzone są w Tabelach 1 i 2.

	M_0 [deg]	M_1 [deg/day]	π_p [deg]	ε_p [deg]
Merkury	174.7948	4.9233445	111.5943	0.02
Wenus	50.4161	1.60213034	73.9519	2.64
Ziemia	357.5291	0.98560028	102.9372	23.45
Mars	19.3730	0.52402068	70.9812	25.19
Jowisz	20.0202	0.08308529	237.2074	3.12
Saturn	317.0207	0.03344414	99.4571	26.74
Uran	141.0498	0.01172834	5.4639	82.22
Neptun	256.2250	0.00598103	182.1957	27.84

Tablica 1: Wartości anomalii średniej, argumentu perihelium i nachylenie równika ekliptyki dla poszczególnych planet

4 Zadania

- Podaj średni czas słoneczny w Greenwich w dniu 28.11.2007 roku o godzinie $13^h 16^m 34^s$ lokalnego prawdziwego czasu słonecznego.
Odp. $13^h 4^m 25^s 6$.
- Która godzina czasu słonecznego prawdziwego była w Poznaniu w dniach: a) 12 lutego 2011, b) 18 maja 2016 o $8^h 15^m$ lokalnego, średniego czasu słonecznego?
Odp. a) $8^h 0^m 46^s$, b) $8^h 18^m 33^s$.
- Przedstaw na wykresie jak zmienia się zależność $\Delta T_{\odot}(t)$ w ciągu kolejnych dni roku.
Uwaga: Funkcję $\Delta T_{\odot}$ wyraż w minutach czasu.

	a [AU]	e	i [deg]	ω [deg]	Ω [deg]	M_0 [deg]
Merkury	0.38710	0.20563	7.005	29.125	48.331	174.7948
Wenus	0.72333	0.00677	3.395	54.884	76.680	50.4161
Ziemia	1.00000	0.01671	0.000	288.064	174.873	357.5291
Mars	1.52368	0.09340	1.850	286.502	49.558	19.3730
Jowisz	5.20260	0.04849	1.303	273.867	100.464	20.0202
Saturn	9.55491	0.05551	2.489	339.391	113.666	317.0207
Uran	19.21845	0.04630	0.773	98.999	74.006	141.0498
Neptun	30.11039	0.00899	1.770	276.340	131.784	256.2250

Tablica 2: Elementy keplerowskie dla poszczególnych planet

4. Jak wyglądałaby analemma dla Ziemi gdyby orbita Ziemi była kołem oraz leżała w płaszczyźnie ekliptyki?
5. Korzystając ze wzoru (6) narysuj analemmę dla Ziemi.
Uwaga: Z trójkąta paralaktycznego rozpiętego pomiędzy równikiem, ekliptyką i południkiem przechodzącym przez aktualne położenie Słońca na ekliptyce wyznacz wzór na deklinację Słońca dla danego momentu czasu.
6. Powtórz zadanie poprzednie korzystając z równania (7).
7. Pokaż jaki kształt miałyby analemma dla Ziemi, gdyby orbita Ziemi była a) kołem, b) elipsą o mimośrodku $e = 0.3$.
8. Wyrysuj analemmę dla Ziemi gdy a) $\varepsilon = 0^\circ$, b) $\varepsilon = 45^\circ$, c) $\varepsilon = 60^\circ$.
9. Narysuj analemmę dla Merkurego.
10. Narysuj analemmę dla Wenus.
11. Narysuj analemmę dla Marsa.
12. Narysuj analemmę dla Jowisza.
13. Narysuj analemmę dla Saturna.
14. Narysuj analemmę dla Urana.
15. Narysuj analemmę dla Neptuna.